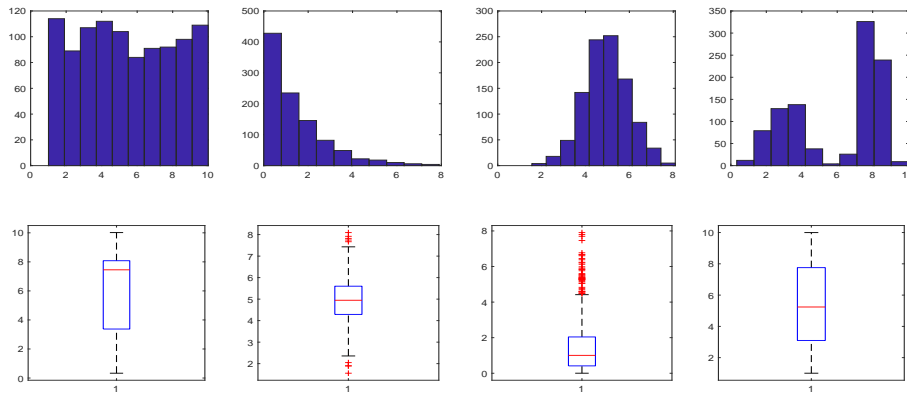
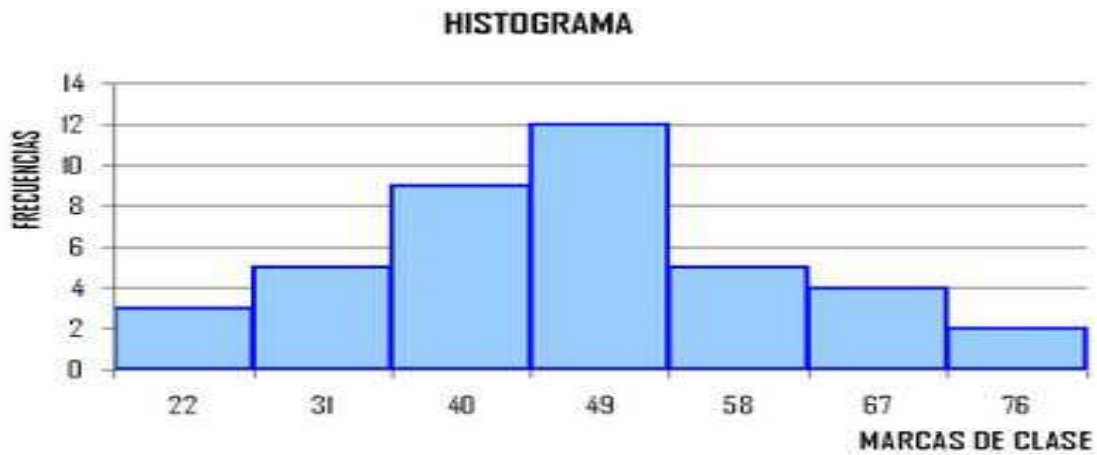


1. Se presenta el histograma y el boxplot de las valoraciones de 1 a 10 proporcionadas por 1000 individuos en 4 países distintos A, B, C y D sobre la percepción de la corrupción en su país. Una valoración alta quiere decir que el individuo percibe que en su país hay mucha corrupción.



- a) Junte con una línea cada histograma con su respectivo boxplot.
- b) En qué país sus habitantes perciben que no hay mucha corrupción. Justifique bien
- c) En qué país sus habitantes no tienen una percepción clara de la corrupción en su país. Justifique bien
- d) Cuál piensa usted que sería el histograma para la valoración de los colombianos. Argumente con detalle su respuesta. Si piensa que no es ninguno entre los 4, dibuje un histograma que considere sería aproximadamente el correcto y justifíquelo.

2. Se presenta el histograma de los ingresos mensuales, en miles de dólares, para una empresa textil en un periodo de 40 meses.



- a) Calcule el ingreso mediano mensual e interprételo.
- b) La empresa solicita un préstamo al banco y se lo otorgan si el ingreso superado por el 30% de los meses, es mayor a la media. Escriba todos los procedimientos que le permitan determinar si finalmente el préstamo es otorgado o negado.
- c) Si la competencia ha tenido en el mismo periodo exactamente la mitad de los ingresos y se observa que en un determinado mes la empresa textil tuvo ingresos por 60 mil dólares, mientras que en el mismo mes, la competencia tuvo ingresos por 40 mil dólares. Verifique qué empresa ha tenido mejores ingresos .

3. En el fichero de datos se presentan 209 procesadores (CPU), de cada uno de ellos se han obtenido varias medidas de rendimiento. Se desea explicar el rendimiento relativo y el rendimiento estimado en términos de las otras variables observadas.
- Hay variables que influyen en el rendimiento relativo?. Hay variables que influyen en el rendimiento estimado?. Explique por qué?. Qué variables influyen en en el rendimiento relativo y en el estimado?. Explique cómo las identifica.
 - Escriba el modelo de regresión que explica el rendimiento relativo, y estime el rendimiento relativo medio para el tercer procesador. Calcule su error de estimación.
 - Calcule un intervalo de confianza para el rendimiento relativo medio de los procesadores. Un comerciante no invierte en estos procesadores porque afirma que el rendimiento relativo medio no llega a 100. Contraste estadísticamente la afirmación del comerciante.
 - Calcule con la métrica inducida por la norma 1, 2, ∞ y la distancia de mahalanobis el 10 % de los puntos mas alejados del centro. Y con los datos centrales vuelva y diseñe un modelo regresión que explica el rendimiento relativo. Nota alguna mejoría.?
 - Calcule la matriz de covarianzas de las variables explicativas, Calcule e interprete sus autovalores, su autovector asociado a su mayor autovalor, su traza y su determinante.

4. Integrales.

Para calcular integrales definidas, es preciso —puesto que es una operación simbólica— declarar previamente una variable simbólica con `syms`:

```
> syms x
```

y realizar la integral con respecto a ella.

Ejemplos. Calcúlese las siguientes integrales definidas.

$$1) \int_{-1}^1 \log(|x|) dx$$

$$2) \int_{-\pi}^{10} \cos(x) dx$$

$$3) \int_1^2 e^x dx$$

$$4) \int_e^{\pi} \tan(x) dx$$

Se calculan así, respectivamente:

```
> syms x; int(log(abs(x)), x, -1, 1)
```

```
> syms x; int(cos(x), x, -pi, 10)
```

```
> syms x; int(exp(x), x, 1, 2)
```

```
> syms x; int(tan(x), x, exp(1), pi)
```

Calcúlese las siguientes integrales definidas:

$$\int_{-2}^3 \operatorname{sen}(u - 2) du$$

$$\int_{-10}^{-9} \frac{1}{1 + (t - 1)^4} dt$$

$$\int_6^8 \frac{x^2 + 1}{1 - 2x + 2} dx$$

$$\int_2^3 \sqrt{1 - v^2} dv$$

Calcúlese primitivas de las siguientes funciones:

$$h(u) = \log^2(u) + e^u$$

$$f(x) = \tan(x)$$

$$g(t) = \frac{t}{t^2 - 1}$$

$$s(x) = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 2}$$

Representar gráficamente la función $y(x) = x(1 + \operatorname{sen}(x))e^{-\frac{x}{10}}$ para x entre 3 y 100 con 1000 puntos. Calcular el área definida por esa función y el eje OX , desde $x = 1$ hasta $x = \infty$, si es que es finita.

Para la función $y(x)$ del ejercicio anterior, calcular una primitiva $h(x)$ y dibujarla entre -5 y 5 usando pasos de 0.01 . Comprobar de alguna manera que la función $h(x)$ es realmente una primitiva de $y(x)$.

Figura 1: Tomado de: <https://pfortuny.net/calculo/practica3.pdf>

5. Para cada una de las funciones h , f , g y s anteriores, grafique en un mismo plano las funciones, su primitiva y su derivada. Comente las gráficas y cómo se relacionan entre ellas.

6. Realice un análisis computacional sobre la convergencia de las siguientes sucesiones.

a)

$$\frac{2n}{5n - 3}$$

b)

$$\frac{\sin^2 n}{\sqrt{n}}$$

c)

$$2 - \left(\frac{-1}{2}\right)^n$$

7. Considere el fichero de rentabilidades *return.txt*. El fichero tiene rentabilidades mensuales de 10 sectores empresariales durante 119 meses.
- Realice un boxplot y un histograma de cada sector y comente lo que observa.
 - Calcule la rentabilidad mediana del activo con mayor curtosis. El activo de mayor curtosis, tiene alta curtosis?. Qué significa esto?.
 - Calcule en cada activo la rentabilidad superada por el 20 % de los meses
 - Calcule la varianza, media y mediana del activo con mayor asimetría a la derecha. como relaciona la asimetría con los valores de la media y la mediana?
 - Realice estimaciones puntuales para la rentabilidad media de cada sector y la proporción de veces que se gana en cada sector.
 - Contruya intervalos de confianza al 95 % y al 90 % para las estimaciones puntuales anteriores.
 - Calcule el tamaño de la muestra para garantizar que los intervalos anteriores, con el mismo nivel de confianza, tengan la mitad de la longitud.
 - Un inversionista afirma que le gusta invertir en estos 10 sectores ya que en todos la proporción de ganancia es mayor a la de pérdida. Verifique con métodos estadísticos adecuados la afirmación del inversionista.
 - El inversionista también afirma que en todos los sectores la rentabilidad media es superior a 1. Contraste con argumentos estadísticos la afirmación del inversionista.
 - Verifique cual de los 10 activos no rechaza el supuesto de normalidad.
 - Calcule la matriz de covarianzas de las variables 10 variables, Calcule e interprete sus autovalores, su autovector asociado a su mayor autovalor, su traza y su determinante.
8. Una persona tiene 15 mil euros para invertir en dos tipos de acciones A y B . La inversión A tiene una rentabilidad del 9% anual y la de B un 5% anual. El inversionista decide invertir máximo 9 mil euros en A y mínimo 3 mil en B . Además quiere invertir en A tanto o más que en B . Cómo debe invertir el capital para garantizar un beneficio máximo.
9. Una empresa que sirve comidas preparadas tiene que diseñar un menú utilizando dos ingredientes. El ingrediente A contiene 35g de grasas y 150 Kilocalorías por cada 100g de ingrediente, mientras que el B contiene 15g de grasas y 100 Kilocalorías por cada 100g. El costo es de 1,5 euros por cada 100g del ingrediente A y de 1 euro por cada 100g del ingrediente B . El menú a diseñar debería contener no más de 30g de grasas y al menos 110 Kilocalorías por cada 100g de alimento. Se pide determinar las proporciones de cada ingrediente a emplear en el menú de manera que su costo sea lo más reducido posible.
10. Una empresa de ventanas tiene tres empleados que hacen dos tipos de ventanas: con marco de madera o de aluminio. La compañía obtiene 300 dólares de utilidad por cada ventana de marco de madera y 150 dólares de utilidad por cada una de aluminio. El trabajador 1 hace marcos de madera y puede hacer 6 por día. El trabajador2 hace 4 marcos de aluminio por día. El trabajador 3 forma y corta el vidrio y puede hacer 48 pies^2 de vidrio por día. Cada ventana con marco de madera emplea 6 pies^2 de vidrio y cada una de aluminio 8 pies^2 . La empresa quiere saber cuantas ventanas de cada tipo producir para maximizar la ganancia total. Formule el problema y resuélvalo.
11. La compañía manufacturera Omega, discontinuó la producción de cierta línea de productos no redituable. La administración quiere dedicar un exceso de capacidad a uno o más de tres productos, llamados A ; B y C . La capacidad disponible de cada máquina es: fresadora 500 horas-máquina por semana, Torno 350 horas-máquina por semana y Rectificadora 150 horas-máquina por semana. El número de horas máquina que se requiere para elaborar cada unidad de los productos respectivos es: Para el producto A 9, 5, 3 de fresadora,torno y rectificadora, respectivamente. Para el producto B 3, 4, 0 de fresadora,torno y rectificadora, respectivamente. Para el producto C 5, 0, 2 de fresadora,torno y rectificadora, respectivamente. El Departamento de ventas indica que las ventas potenciales de los productos A y B exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto C son de 20 unidades por semana. La

ganancia unitaria sería de 50, 20 y 25 dólares para los productos A ; B y C , respectivamente. Determine que cantidad de cada producto se debe fabricar para maximizar la ganancia.

12. Sean las siguientes formulaciones equivalentes para la potenciación:

$$x^n = x^{n-1}x \quad (1)$$

$$x^n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ x^{\frac{n}{2}} & \text{si } x \text{ es par} \\ x^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} x & \text{si } x \text{ es impar} \end{cases} \quad (2)$$

¿Cuál de ellas es más eficiente desde el punto de vista computacional? Justifique su respuesta.

NOTA: Recuerde que el símbolo $\lfloor a \rfloor$ quiere decir el mayor entero menor que a .

13. Sean dos algoritmos, \mathcal{F} y \mathcal{G} , indistinguibles en prueba de caja negra. Esto quiere decir que dadas las mismas entradas, producen exactamente los mismos resultados. Sea $O(\mathcal{F}(n)) = 10^6 n$ y $O(\mathcal{G}(n)) = 10^{-1} n^2$.

- ¿Para qué valores de n es más eficiente el algoritmo \mathcal{F} que \mathcal{G} ? Justifique su respuesta.
- ¿Cuál de los dos algoritmos, \mathcal{F} y \mathcal{G} , escala¹ mejor? Justifique su respuesta.

Datos para el desarrollo 1

Datos para el desarrollo 2

¹Recuerde que la escalabilidad de un algoritmo se refiere a la forma como crece el consumo de recursos, en este caso tiempo, a medida que aumenta el tamaño del problema.